

## Решение задачи о назначениях с помощью венгерского алгоритма

Юрьева Варвара Вячеславовна

МБОУ «СШ №3 имени А.И. Макаренко», г. Майкоп

Руководитель: В.А. Резиньков, учитель математики

**Актуальность темы** обусловлена необходимостью активизации самостоятельной работы учащихся старших классов с целью формирования познавательных интересов, мотивации изучения математики, демонстрации практического применения теоретических методов.

**Целью работы** является исследование метода решения задачи о назначениях.

**Задачи работы:** поиск и изучение теоретических источников по теории сетевого планирования и практическое решение задачи о назначениях с помощью венгерского алгоритма.

Задача о назначениях является частным случаем классической транспортной задачи и, как следствие, является задачей транспортного типа. В современных условиях развития каждое предприятие стремится с наименьшими затратами функционировать в сложившихся условиях с целью получения высоких доходов. Экономико-математические задачи о назначениях позволяют найти оптимальный вариант размещения одного кандидата на выполнение одной работы таким образом, чтобы минимизировать суммарные затраты по выполнению комплекса работ группой исполнителей. Также возможны некоторые модификации задачи о назначениях: во-первых, она иногда формулируется как задача максимизации (например, суммарного дохода от назначения всех исполнителей на работы); во-вторых, штатный состав организации может быть представлен большим количеством исполнителей, нежели количество работ, на которые должны быть назначены или, наоборот, большее количество работы, при недостаточном количестве исполнителей для ее выполнения; в-третьих, выполнение какой-либо работы по каким-либо причинам запрещается исполнять какому-либо работнику. В такой постановке данная задача относится к классу комбинаторных, решение которых путем прямого перебора невозможно при достаточно больших  $n$ , так как число вариантов назначений составляет  $n!$ . Данный программный продукт позволяет за короткий промежуток времени решать описанные модификации задачи о назначениях венгерским методом, с определением оптимального варианта размещения исполнителей по работам, исходя из поставленных условий. При этом известны показатели эффективности - элементы  $c_{ij}$ - затраты, связанные с назначением  $i$  ресурса на  $j$  объект, элементы  $s_{ij}$ - задают матрицу  $S$  - стоимости назначений. Идея метода была высказана венгерским математиком Харолдом Куном в 1955г. Автор дал ему имя «венгерский алгоритм» в связи с тем, что алгоритм основан на более ранних работах венгерских учёных Кёнига и Эгервари и состоит в следующем. Строится

начальный план, не удовлетворяющий в общем случае всем условиям задачи. Далее осуществляется переход к новому плану, более близкому к оптимальному. Последовательное применение этого приема за конечное число итераций приводит к решению задачи.

### **Алгоритм решения**

#### **1 шаг. Редукция матрицы**

Решаем задачу на минимум. Цель данного шага получение максимально возможного числа нулей в матрице  $C$ . Для этого находим в матрице  $C$  в каждом столбце минимальный элемент и вычитаем его из каждого элемента соответствующего столбца. Аналогично в каждой строке вычитаем соответствующий минимальный элемент.

Если задана не квадратная матрица, то делаем её квадратной, проставляя стоимости равными максимальному числу в заданной матрице.

#### **2 шаг. Определение назначений**

Если некоторое решение задачи является допустимым, т.е. в любой строке или столбце находится только один нулевой элемент, то производим назначение и получаем решение, которое будет оптимальным

Если назначения провести не удалось, то переходим к третьему шагу.

#### **3 шаг. Модификация полученной матрицы**

- 1) Минимальным числом прямых вычёркиваем все нули в матрице,
- 2) Среди не вычеркнутых элементов выбираем минимальный,
- 3) Этот элемент прибавляем к элементам, стоящим на пересечении прямых,
- 4) Отнимаем от всех не вычеркнутых элементов,
- 5) Остальные элементы не изменяем.

Получим новые нулевые элементы и возвращаемся к шагу 2

Венгерский метод наиболее эффективен при решении транспортных задач с целочисленными объемами производства и потребления.

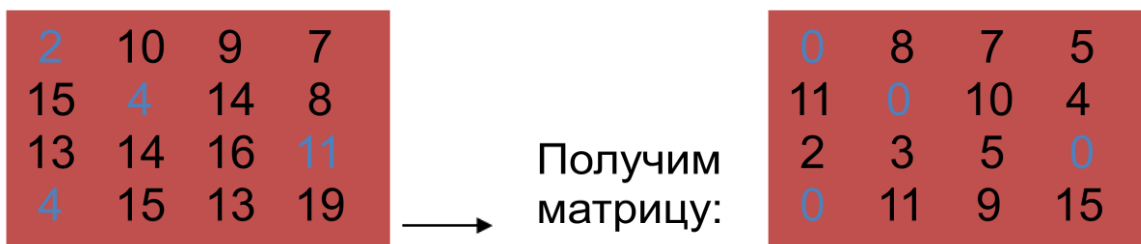
### **Пример**

Распределить 4 датчика на 4-х объектах, чтобы стоимость назначения была наименьшей, если матрица стоимости назначений имеет вид:

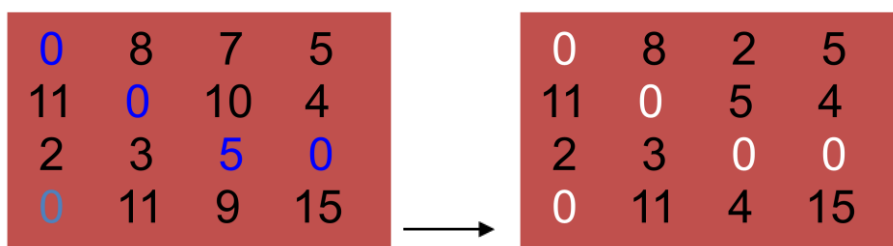
$$C = \begin{pmatrix} 2 & 10 & 9 & 7 \\ 15 & 4 & 14 & 8 \\ 13 & 14 & 16 & 11 \\ 4 & 15 & 13 & 19 \end{pmatrix}$$

Применим венгерский алгоритм.

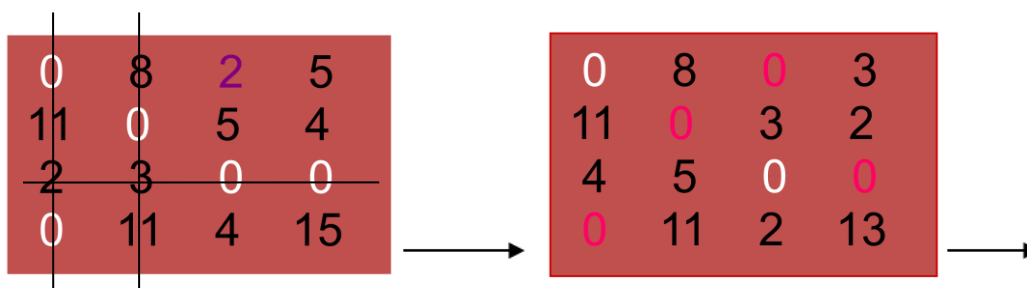
1. Найдём в каждой строке минимальное значение и вычтем его из каждого элемента данной строки.



2. Назначение сотрудников провести нельзя. Выберем в каждом столбце матрицы минимальный элемент и вычтем его из каждого элемента данного столбца:



3. Назначение провести нельзя. Минимальным числом прямых вычеркнем все нули в матрице. Среди не вычеркнутых элементов выберем минимальный. Прибавим его к элементам, стоящим на пересечении прямых и вычтем из всех не вычеркнутых элементов. Получим матрицу:



Назначения проведены:

- 1й датчик на 3й объект;
- 2й датчик на 2й объект;
- 3й датчик на 4й объект;
- 4й датчик на 1й объект;

Список литературы:

1. Агальцов, В.П. Математические методы в программировании: учебник. В.П. Агальцов, И.В. Волдайская. - М.: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М, 2006 г. - 224 с.: ил.
2. Акулич И. А. Математическое программирование в примерах и задачах. - М.: «Высшая школа», 1986.- 319 с.
3. Грызина Н.Ю. Математические методы исследования операций / Н. Грызина. Учеб. Пособие. Москва: МЭСИ, 2005.- 12 с.
4. Зайченко Ю.П. Исследование операций: Учеб. пособие для студентов вузов. - 2-е изд., перераб. и доп. - Киев: Вища школа. Главное изд-во, 1979. 392 с.
5. Наследов А.Д. Математические методы - СПб: Речь, 2004. 38 с.
6. Партыка Т.Л. Математические методы: учебник. / Т.Л. Партыка И.И.
7. Попов. - 2-е изд., испр. - М.:ФОРУМ: ИНФРА-М, 2009 г. - 464 с.: ил.
8. Сакович В.А. Исследование операций (детерминированные методы и модели): Справочное пособие. - Мн.: Выш. шк., 1984.-256с.
9. Цирель С. В. Венгерский способ/ С. Цирель. Москва: УРСС, 2007.- 120 с.