

Министерство образования и молодежной политики Свердловской области
Департамент образования Администрации города Екатеринбурга
Муниципальное образование «город Екатеринбург»
Октябрьский район
Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение средняя
общеобразовательная школа с углублённым
изучением отдельных предметов № 53

Направление: Естественнонаучное
Предметная область: Математика

Проект
Задачи про рыцарей и лжецов

Автор проекта: Сычева Екатерина Евгеньевна, 6 класс

Научный руководитель проекта: Жаринова Ирина Владимировна,
учитель математики и геометрии
+7 950 654-39-70
school53.dr@mail.ru

2022

Введение

Логические задачи – пожалуй, самый эффективный инструмент для развития логики и мышления, как у детей, так и у взрослых.

Решение задачи на логику предполагает сложный мыслительный процесс. Это последовательное совершение определённых логических действий, работа с понятиями, использование различных логических конструкций, построение цепочки точных рассуждений с правильными промежуточными и итоговыми умозаключениями.

Логические задачи от обычных отличаются тем, что не требуют вычислений, а решаются с помощью рассуждений. Можно сказать, что логическая задача – это особая информация, которую не только нужно обработать в соответствии с заданным условием, но и хочется это сделать. Особое место логике уделено в математике. Задачи, решение которых развивает логическое мышление, способствуют успешному изучению предмета. Эти задачи носят занимательный характер и не требуют большого запаса математических знаний, поэтому они привлекают даже тех учащихся, которые не очень любят математику.

Исходными данными в логических задачах являются высказывания. Взаимосвязи между ними бывают так сложны, что разобраться в них без использования специальных методов сложно. Основная идея метода рассуждений состоит в том, чтобы последовательно анализировать всю информацию, имеющуюся в задаче, и делать на этой основе выводы.

Систематическое выполнение логических заданий, решение нестандартных задач развивает, совершенствует познавательные способности и познавательную деятельность учащихся. Кроме того, выполнение задач такого вида требует постоянных умственных усилий, более глубокого анализа взаимосвязей, догадки, активизации знаний, проявления творческой инициативы.

Одним из типов логических задач являются задачи про рыцарей или лжецов.

Существует множество хитроумных задач об острове, населенном рыцарями, всегда говорящими только правду и лжецами, говорящими только ложь. Предполагается, что каждый обитатель острова либо рыцарь, либо лжец. Так же бывают задачи с третьим типом персонажей – нормальные люди (вариант – шпионы). Они могут как лгать, так и говорить правду.

С задачами про рыцарей и лжецов я познакомилась при подготовке к олимпиаде по математике. Это непростые, но веселые, увлекательные задачи. Они учат логически рассуждать и нестандартно мыслить. На уроках математики подобные задачи мы не решали, и мне стало интересно, а знают ли о таких задачах мои одноклассники? Справятся ли с их решением? Узнать об этом я решила с помощью исследования.

Объект исследования – логические задачи.

Предмет исследования – логические задачи типа «рыцарь-лжец» и способы их решения.

Цель работы – развить способность логически рассуждать и приходить к правильным выводам, проанализировать способы решения логических задач типа «рыцарь - лжец».

Задачи:

- изучить основные методы решения логических задач;
- провести анализ сформированности логического мышления у учащихся 6 классов

Гипотеза: ученик 6-го класса может научиться решать логические задачи методом рассуждений.

Актуальность изучения темы моей работы вижу в том, что решение логических задач способствует развитию у учеников интереса к математике, разностороннему раскрытию способностей школьников, умению самостоятельно организовать своё свободное время.

Глава 1. История возникновения задач на логику

Точных исторических сведений о дате появления таких задач нет. Основы логики были заложены работами учёного и философа Аристотеля (384-322гг. до н.э.). Он пытался найти ответ на вопрос «Как мы рассуждаем?», изучал правила мышления. Аристотель впервые дал систематическое изложение логики. Он систематизировал известные до него сведения, и эта система стала впоследствии называться формальной, или Аристотелевой логикой. Формальная логика просуществовала без серьезных изменений более двадцати столетий. Естественно, что развитие математики выявило недостаточность Аристотелевой логики и потребовало дальнейшего ее развития.

Математика является наукой, в которой все утверждения доказываются с помощью умозаключений, то есть путем использования законов человеческого мышления. Изучение законов человеческого мышления является предметом логики.

Ещё в Древней Греции создавались школы, в которых люди учились дискутировать. Ученики учились из множества фактов отбирать нужные, строить цепочки рассуждений, связывающие отдельные факты между собой, делать правильные выводы.

Впервые в истории идеи о построении логики на математической основе были высказаны немецким математиком Г. Лейбницем (1646-1716) в конце XVII века. Он считал, что основные понятия логики должны быть обозначены символами, которые соединяются по особым правилам. Это позволит всякое рассуждение заменить вычислением.

Первая реализация идеи Лейбница принадлежит английскому ученому Д. Булю (1815-1864). Он создал алгебру, в которой буквами обозначены высказывания, и это привело к алгебре высказываний. Введение символических обозначений в логику имело для этой науки такое же решающее значение, как введение

буквенных обозначений для математики. Именно благодаря введению символов в логику была получена основа для создания новой науки - математической логики.

Применение математики к логике позволило представить логические теории в новой удобной форме и применить вычислительный аппарат к решению задач, малодоступных человеческому мышлению, и это, конечно, расширило область логических исследований.

Уже в конце XVIII века занимательным задачам посвящаются отдельные издания. Такой, например, является книга «Детский гостинец, или четыреста девяносто девять загадок с ответами в стихах и прозе...». Она содержала различные занимательные вопросы, загадки, пословицы и небольшие истории. В предисловии к ней сказано, что «книга есть источник просвещения и истинного удовольствия, не должна быть для детей источником скуки и горести».

К концу XIX столетия актуальное значение для математики приобрели вопросы обоснования ее основных понятий и идей. Эти задачи имели логическую природу и, естественно, привели к дальнейшему развитию математической логики.

И в наше время выпускаются все новые книги, которые в игровой форме развивают логические способности.

Опираясь на эти факты, можно сделать вывод, что задачи на логическое мышление появились еще в глубокой древности, и многие великие ученые придавали большое значение мысли! Возможно, в те времена задачи про рыцарей и лжецов и могли появиться.

Глава 2. Методы и способы решения логических задач.

Решать логические задачи очень увлекательно. В них вроде бы нет никакой математики – нет ни чисел, ни функций, ни треугольников, ни векторов, а есть только лжецы и мудрецы, истина и ложь.

Чтобы научиться решать типовые логические задачи, простые и нестандартные математические задачи, важно знать основные приемы и методы их решения. Ведь решить одну и ту же задачу и прийти к правильному ответу во многих случаях можно разными способами. Знание и понимание различных методов решения поможет определить, какой способ подойдет лучше в каждом конкретном случае, чтобы выбрать наиболее быстрый и простой путь получения ответа.

К «классическим» логическим задачам относятся текстовые задачи, цель решения которых состоит в распознавании объектов или расположении их в определенном порядке в соответствии с заданными условиями.

Более сложными и увлекательными типами заданий являются задачи, в которых отдельные утверждения являются истинными, а другие ложными. Задачи на перемещение, переключивание, взвешивание, переливание — самые яркие примеры широкого ряда нестандартных задач на логику.

Давайте кратко рассмотрим способы решения логических задач:

- Метод рассуждений
- Метод таблиц
- Метод кругов Эйлера.
- Метод блок-схем
- Метод истинности задачи
- Метод решения с конца

Глава 3. Изучение умения решать логические задачи.

Как решать задачи типа «рыцарь – лжец»?

Задачи о рыцарях и лжецах — это такой класс логических задач, в которых фигурируют персонажи:

- Рыцарь — человек, всегда говорящий правду;
- Лжец — человек, всегда говорящий ложь;
- Обычный человек — человек, который в одних ситуациях может говорить правду, а в других — лгать.

Обычно, решение подобных задач сводится к перебору вариантов с исключением противоречий. В некоторых задачах такой метод не сработает, и нам придётся мыслить логически. Также, многие задачи приводятся к так называемому «Парадоксу лжеца».

Это парадокс, при котором человек говорит «Я лгу» или, более точно, «Данное утверждение ложно». Если предположить, что утверждение истинно, то, поскольку оно говорит, что оно ложно, оно ложно, что является противоречием. Напротив, если предположить его ложность, то оно соответствует тому, что само гласит, а потому истинно, что также является противоречием. Проще говоря, при любом раскладе, оно будет противоречить себе. Это предложение может завуалировано, но его смысл остаётся таким же.

Интересно отметить, что и рыцари и лжецы могут произносить фразу "Я рыцарь". В устах рыцаря это истинное высказывание, лжеца - ложное. А высказывание "Я - лжец" не может принадлежать ни рыцарю, ни лжецу

Глава 4. Исследование уровня логического мышления учащихся 6 классов.

4.1. Для изучения уровня логического мышления моих одноклассников, проведено небольшое исследование, в котором приняло участие восемь человек. Также я предложила решить эти задачи людям старшего возраста. Всего приняло участие 12 человек. Всем им были даны для решения два вида задач – математическая и логическая:

Например:

1 тип (логическая) задача:

Перед нами трое людей А, В и С. Один из них рыцарь, другой лжец и третий - нормальный человек. Эти люди высказывают следующие утверждения.

А: Я нормальный человек.

В: Это правда.

С: Я не нормальный человек.

Кто такой С?

Решение: Прежде всего заметим, что А не может быть рыцарем, потому что рыцарь не назвал бы себя нормальным человеком. Следовательно получается, что, А - либо лжец, либо нормальный человек. Тогда истинно высказывание человека В. Значит, В - либо рыцарь, либо нормальный человек. Но В не может быть нормальным человеком (так как А - нормальный человек), поэтому В - это доблестный рыцарь, а С - маленький лжец. Но лжец не может сказать о себе, что он не нормальный человек (так как любой лжец - не нормальный человек), и мы приходим к противоречию. Итак, А не может быть нормальным человеком. Следовательно, А - хитрый лжец. Это означает, что высказывание человека В ложно, в силу чего В должен быть нормальным человеком (лжецом он быть не

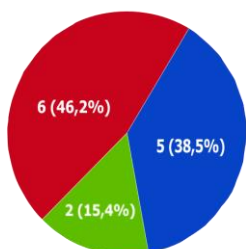
может, так как лжец - А). Итак, А - хитрый лжец, а В - нормальный человек. Отсюда мы заключаем, что С - доблестный рыцарь.

Ответы:

Рыцарь (6)

Лжец (5)

Нормальный человек (2)



Из 6 людей, которые ответили правильно, 5 были старшего возраста.

2 тип (математическая) задача:

Расстояние по автомобильной дороге от Санкт-Петербурга до Москвы 687 км, от Москвы до Ростова-на-Дону 1064 км, от Ростова на Дону до сочи 712. Сколько километров нужно проехать на автомобиле, чтобы из Санкт-Петербурга приехать в Сочи через Москву и Ростов на Дону?

Решение:

$$687+1064=1751((\text{км})\text{от С-П до Р-Д})$$

$$1751+712=2463((\text{км})\text{от С-П до Сочи})$$

Ответ: От Санкт-Петербурга до Сочи 2463 километра.

Почти все люди ответили правильно. Только один человек не написал ответ.

Также я провела опрос. Всем был задан вопрос:

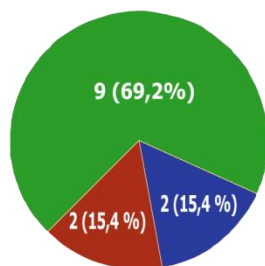
«Какие задачи легче решать: математические или логические?»

Ответы:

Математические (9)

Логические (2)

Затрудняюсь ответить (2)



Подводя итог, можно сделать вывод, что с задачами более простыми в целом ученики 6-го классов справляются, но если добавляются немного больше элементов в рассуждениях, то справляются с такими заданиями не все. Люди старшего возраста лучше справляются с логическими задачами, но как показали мои наблюдения за процессом решения, некоторые из них просто очень удачливы.

Ну а сейчас я предлагаю вам проверить себя и решить следующие 5 задач:

1. На острове рыцарей и лжецов собралась компания из людей разного роста. Каждый заявил «Среди тех, кто выше меня, есть лжецы». Сколько лжецов могло быть среди них?

Самый высокий – лжец. Ведь выше него вообще никого нет, а значит, и лжецов среди них нет. Любой, кто ниже него, автоматически говорит правду – значит он рыцарь.

Правильный ответ: 1

2. На острове рыцарей и лжецов собралась компания из 12 человек, каждый заявил всем остальным: «Вы все лжецы!». Сколько лжецов может быть в этой компании?

Предположим, что все аборигены лжецы. Но тогда каждый из них говорит правду, чего он как лжец делать никак не может. Парадокс лжеца! Получается, среди них должен быть хотя бы один рыцарь. Если он будет один, то он говорит правду, так как все остальные лжецы. Ровно также лжецы будут лгать. Но почему же нет других вариантов? Если в компании будет два или больше рыцарей, то они будут называть друг друга лжецами и в результате врать. Мы опять вернулись к парадоксу.

Правильный ответ: 11.

3. Путешественник, попавший на остров рыцарей и лжецов, встретил четырех людей и задал им вопрос: "Кто вы?". Он получил такие ответы:

1-ый: "Все мы лжецы";

2-ой: "Среди нас 1 лжец";

3-ий: "Среди нас 2 лжеца";

4-ый: "Я ни разу не соврал и 3-ий не врёт".

Кем является 4-ый житель?

Если бы утверждение 1-ого было верным, он бы противоречил сам себе. Благодаря парадоксу лжеца, мы понимаем, что он точно лжец. В случае со вторым и третьим у нас появляется один гарантированный лжец. Если же 2-ой прав, то 3-ий – лжец. Но тогда утверждение 2-го противоречит себе, т. к. 1 и 3 лжецы. Следовательно, 2 лжец, а 3 рыцарь. Если 3 0, рыцарь, то утверждение 4 правдиво. Т. е. 4 – рыцарь.

Правильный ответ: рыцарем.

4. Однажды, когда я гостил на острове рыцарей и лжецов, мне встретились два местных жителя. Я спросил у одного из них; Кто-нибудь из вас рыцарь?; Мой вопрос не остался без ответа, и я узнал то, что хотел узнать. Кем был островитянин, к которому я обратился с вопросом: рыцарем или лжецом? Кем был другой островитянин?

Если вопрос "Кто-нибудь из вас рыцарь?" задали рыцарю, то он ответит Да независимо от того, кто второй. Если мы спросили лжеца, и второй тоже лжец, то мы опять получим ответ Да. Значит, если бы мы получили такой ответ, то не смогли бы понять, есть ли среди них рыцарь, и кто второй островитянин. Значит, остаётся только один вариант: мы спрашиваем лжеца, а второй - рыцарь, и лжец говорит: Нет. В задаче сказано, что спрашивающий получил свой ответ и сумел по нему понять, кто есть кто. Значит, это так и было.

Правильный ответ: отвечающий лжец, а второй рыцарь.

5. Двое жителей острова А и В разговаривали между собой в саду. Проходивший мимо незнакомец спросил у А: «Вы рыцарь или лжец?». Тот ответил, но так неразборчиво, что незнакомец не смог ничего понять. Тогда незнакомец спросил у В: «Что сказал А?». «А сказал, что он лжец», — ответил В. Может ли незнакомец доверять ответу В?

В, возможно, соврал про А, но, Если А — рыцарь, то он скажет правду и сообщит, что он рыцарь. Если А — лжец, то он скроет правду и сообщит, что он рыцарь. Отсюда следует, что В лжец, так как он лжет заведомо. Отсюда следует что а - рыцарь.

Заключение

Математика – интересная, многогранная, занимательная и полезная наука. Занимательная математика – это направление в математике, которое может иметь форму головоломки, игры, состязания, фокуса, задачи с «секретом».

Решение логических задач способствует развитию любознательности, сообразительности, развитию внимательности, настойчивости, целеустремлённости, умения преодолевать трудности – качеств весьма важных в практической деятельности любого человека

Таким образом, логика необходима и значима для любого человека. С помощью обоснования своих идей и взглядов логически, можно убеждать в своей правоте других людей. Логика формирует привычку анализировать свои и чужие суждения, позволяющие устранять ошибки в умозаключениях, отличать ложь от истины.

Вся наша жизнь — это непрерывное решение больших и маленьких логических проблем. Без умения правильно, логически рассуждать, поступать разумно, жить трудно. Каждый день мы, сами того не замечая, решаем логические задачи. Логические задачи нужны для того, чтобы развивать умение анализировать и обобщать данные, искать возможные пути решения, формировать стратегию, проверять данные на достоверность. Логические задачи сейчас очень популярны и они должны входить в наше развитие и образование с самых ранних лет.

Логика улучшает память, ведь постигнув законы правильного мышления, можно более корректно обходиться с информацией. Логика упорядочивает нашу жизнь, она помогает отделить важное от неважного, отбрасывает все ненужные второстепенные вещи. Она помогает экономить наше время, что так важно человеку на сегодняшний день. Помимо этого, логика помогает шире смотреть на окружающий мир и глубже чувствовать и понимать его. Эти качества мышления имеют большое значение в любой области научной и практической деятельности.

Также я считаю, что логика помогает нам в нашей жизни справиться с любыми трудностями, и все что мы делаем, должно быть логически осмысленно и построено. С логикой и логическими задачами мы сталкиваемся не только в школе на уроках математики, но и на других предметах. Логические задачи будут одинаково интересны и увлечённым математикой детям, и «гуманитариям».

В ходе исследования данной темы «задачи о рыцарях и лжецах» я

- изучила понятие и законы логики;
- рассмотрела методы решения логических задач;
- научилась решать задачи о рыцарях и лжецах;
- провела анкетирование учащихся 6 классов и выяснила, что знание теории действительно помогает научиться решать логические задачи.

Считаю, что задачи проекта выполнены, цель развить способность логически рассуждать и приходить к правильным выводам, проанализировать способы решения логических задач типа «рыцарь - лжец» достигнута и гипотеза о том, что ученик 6-го класса может научиться решать логические задачи методом рассуждений подтверждена.

Список литературы

1. Богатыри[Электронный ресурс]: Википедия. Свободная энциклопедия.
– Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/богатыри>
2. Бочаров В. А., Бирюков Б. В. и др. ЛОГИКА // Большая российская энциклопедия. Электронная версия (2017);
<https://bigenc.ru/philosophy/text/2177591>
3. Братусь Т.А. Все задачи «Кенгуру». / Братусь Т.А., Жарковская Н.А., Максимов Д.В. – СПб.: Левша, 2017. – 352 с.
4. Журнал Амром [Электронный ресурс] : Логика. — Электрон. журн. — 2021 — . — Режим доступа к журн. <https://amrom.ru/logika/>
5. Литвинов В.Л. 88 занимательных и олимпиадных задач по математике. Сборник занимательных задач, интересных загадок, головоломок, фокусов и игр. / В.Л. Литвинов. – Самара, 2017. – 43 с.
6. Логика [Электронный ресурс]: Википедия. Свободная энциклопедия. – Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/логика>
7. ЛогикЛайк — развивающий сайт для детей и их родителей[Электронный ресурс] : Как решать логические и математические задачи. — Электрон. журн. — 2021 — . — Режим доступа: <https://logiclike.com/math-logic/reshaem-zadachi>

8. Никольский С.М. Математика 5 класс: учебник / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. – М.: Просвещение, 2018. – 269 с.
9. Смаллиан Р.М. Как же называется эта книга? / Р.М. Смаллиан. – М.: Мир, 2012. – 272 с.
10. Шарыгин И.Ф. Задачи на смекалку: учебное пособие для 5-6 классов общеобразовательных учреждений / И.Ф. Шарыгин, А.В. Шевкин. – М.: Просвещение, 2017. – 95 с.