

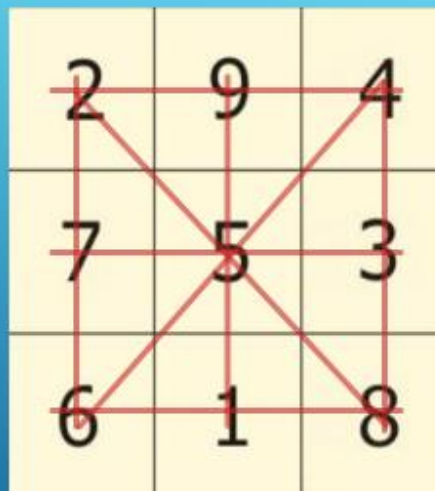
ИССЛЕДОВАНИЕ ПО ТЕМЕ «МАГИЧЕСКИЕ КВАДРАТЫ»

Работу выполнил ученик 5 «Г» класса
ГАОУ МО «Балашихинский лицей»
Рупаков Ярослав

Руководитель: учитель математики
Рупакова Людмила Олеговна

Магический квадрат

МАГИЧЕСКИЙ КВАДРАТ – это квадратная таблица из целых чисел, в которой суммы чисел вдоль любой строки, любого столбца и любой из двух главных диагоналей равны одному и тому же числу.



2	9	4
7	5	3
6	1	8

Гипотеза исследования: существование различных видов магических квадратов (3x3, 4x4 и, может быть, других), обладающих специфическими свойствами.

В проекте предполагается изучить историю возникновения магических квадратов, исследовать свойства некоторых квадратов и решить задачи, связанные с ними, подобрать иллюстрирующий материал и оформить его в виде презентации.

Выше перечисленное составляет задачи моего исследования.

Решение этих задач есть цель моей работы.



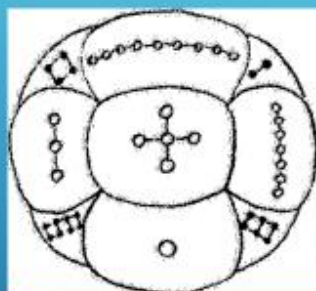
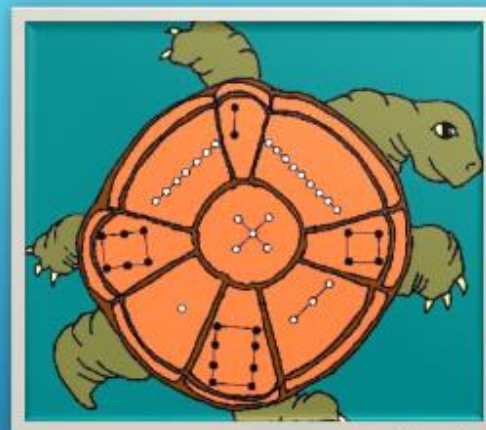
Первый этап – сбор
теоретического материала.



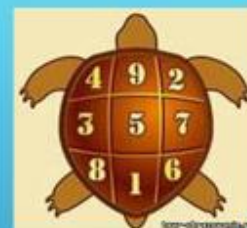
Магический квадрат – древнекитайского происхождения.

Согласно легенде, во времена правления императора Ю (ок. 2200 до н.э.) из вод Хуанхэ (Желтой реки) всплыла священная черепаха, на панцире которой были начертаны таинственные иероглифы из черных и белых кружков.

Сообразительный император сразу понял смысл этого рисунка. Чтобы и нам он стал понятен, заменим каждую фигуру числом, показывающим, сколько в ней кружков.



4	9	2
3	5	7
8	1	6



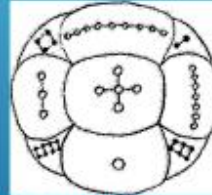
Что же интересного мы видим?

Действительно, сумма чисел в каждой строчке, каждом столбце и каждой диагонали одно и то же число – 15.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Это число называется константой квадрата. Константа квадрата в данном случае равна 15.

Символ, изображённый на рисунке, китайцы назвали «ло-шу» и считали магическим – он использовался при заклинаниях.



Поэтому квадратные таблицы чисел, обладающие таким удивительным свойством, с тех пор называют магическими квадратами.

Магические квадраты почитались не только в Древнем Китае.

В 11 в. о магических квадратах узнали в Индии, а затем в Японии, где в 16 в. магическим квадратам была посвящена обширная литература. Европейцев с магическими квадратами познакомил в 15 в. византийский писатель Э. Мосхопулос.

Во времена средневековья в Европе свойства магических квадратов считались волшебными.

Магические квадраты служили талисманами, защищали тех, кто их носил, от разных бед.

Бытовало поверье, что выгравированный на серебре магический квадрат защищает от чумы. Даже сегодня среди атрибутов европейских прорицателей можно увидеть магические квадраты.



Изучив исторический аспект появления магических квадратов,

Возникает вопрос:

А сколько всего
магических квадратов
из чисел от 1 до 9
можно составить
и как это сделать?



Моя задача - исследовать его.

Составим все возможные магические квадраты из чисел от 1 до 9

Мы уже знаем, что магический квадрат из чисел от 1 до 9 имеет константу 15. Поэтому, выпишите все возможные представления числа 15 в виде суммы трёх слагаемых от 1 до 9:

$9+5+1$	$8+6+1$	$7+6+2$	$6+5+4$
$9+4+2$	$8+5+2$	$7+5+3$	
	$8+4+3$		



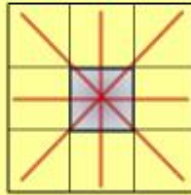
$$9+5+1$$
$$9+4+2$$

$$8+6+1$$
$$8+5+2$$
$$8+4+3$$

$$7+6+2$$
$$7+5+3$$

$$6+5+4$$

Число, стоящее в центре квадрата должно встречаться 4 раза (столбец, строка и 2 диагонали).
Какое это число?



В суммах
4 раза встречается
число 5



Значит, в центре стоит число 5!

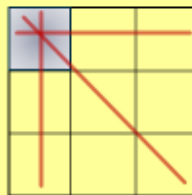
$$9+5+1$$
$$9+4+2$$

$$8+6+1$$
$$8+5+2$$
$$8+4+3$$

$$7+6+2$$
$$7+5+3$$

$$6+5+4$$

Каждое число, стоящее в углу таблицы, должно встречаться в суммах 3 раза (столбец, диагональ, строка). Например:

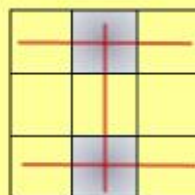
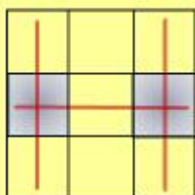


Какие числа
встречаются в
суммах 3 раза?



Значит, в углах могут быть числа:
2, 4, 6, 8!

Остальные числа только 2 раза. Например:



Значит, это числа:
1, 3, 7, 9!

Все 8 вариантов магических квадратов:

2	7	6
9	5	1
4	3	8

2	9	4
7	5	3
6	1	8

8	1	6
3	5	7
4	9	2

8	3	4
1	5	9
6	7	2

В центре – 5;
По углам – 2, 4, 6, 8;

Оставшиеся: 1, 3, 7, 9.

4	3	8
9	5	1
2	7	6

6	1	8
7	5	3
2	9	4

4	9	2
3	5	7
8	1	6

6	7	2
1	5	9
8	3	4

Итак, я узнал историю появления первого магического квадрата и решил задачу, связанную с ним (о составлении всех магических квадратов 3x3 из чисел от 1 до 9).

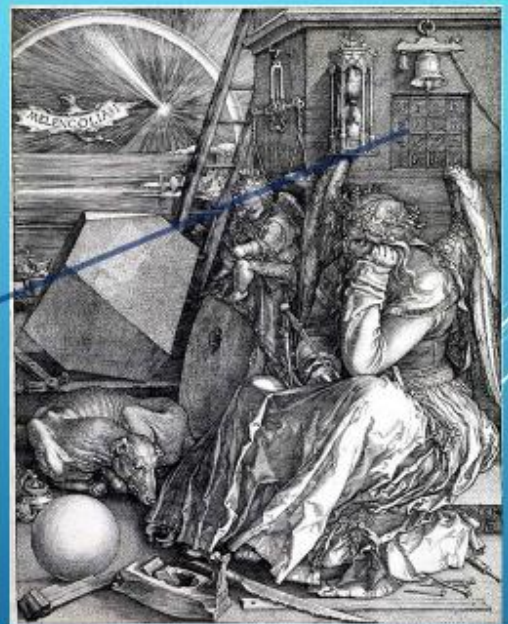
Теперь возникает следующий вопрос:

**А существуют ли другие магические квадраты:
4x4, 5x5 и т. д.**

Какими свойствами они обладают?

Первым квадратом, придуманным европейцем, считается квадрат немецкого художника Альбрехта Дюрера, изображенный на его знаменитой гравюре *Меланхолия*.

Этот квадрат уже размера 4x4.





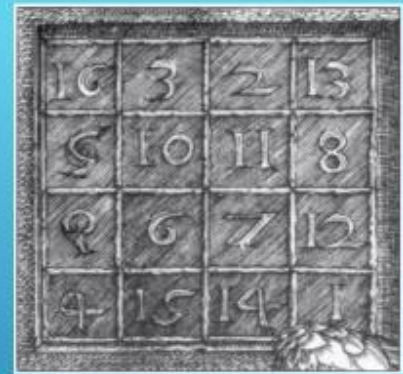
Интересно, что в нижней строке этого магического квадрата средние числа изображают год создания гравюры 1514.

Возможно, Дюрер знал этот квадрат, а может быть, начав именно с этих чисел, художник смог найти остальные методом подбора.

В своем проекте я собираюсь изучить свойства этого квадрата и оформить их в презентации.

Сумма чисел на любой горизонтали, вертикали и диагонали равна 34. Эта сумма также встречается во всех угловых квадратах 2×2 , в центральном квадрате ($10+11+6+7$), в квадрате из угловых клеток ($16+13+4+1$), в квадратах, построенных «ходом коня» ($2+8+9+15$ и $3+5+12+14$), в прямоугольниках, образованных парами средних клеток на противоположных сторонах ($3+2+15+14$ и $5+8+9+12$).

Большинство дополнительных симметрий связано с тем, что сумма любых двух центрально-симметрично расположенных чисел равна 17.



Магическим квадратам приписывали различные мистические свойства. Поэтому интерес к ним был особый.

В 16 в. Корнелий Генрих Агриппа построил квадраты 3-го, 4-го, 5-го, 6-го, 7-го, 8-го и 9-го порядков, которые были связаны с астрологией 7 планет.



У каждой планеты есть свой квадрат, образуемый в зависимости от цифры: 9 для Сатурна, 16 для Юпитера, 25 для Марса, 36 для Солнца, 49 для Венеры, 64 для Меркурия и 81 для Луны. Объединенные в восходящую систему от Сатурна к Луне, или нисходящую — от Луны к Сатурну, 7 квадратов семи планет образуют могущественный космический пантакль, обеспечивающий мощную защиту. Магические квадраты являются концентраторами энергии, они наделены силой, сообщаемой им именем или священным числом, лежащим в их основе.



Интересно было найти информацию о правилах построения магических квадратов

Правила построения магических квадратов делятся на три категории в зависимости от того, каков порядок квадрата: нечетен, равен удвоенному нечетному числу или равен учетверенному нечетному числу. Общий метод построения всех квадратов неизвестен, хотя широко применяются различные схемы.



Один из способов решения магического квадрата

Нетрудно решить магический квадрат третьего порядка (у которого по три столбца и строки). Можно воспользоваться тем фактом, что число (выражение), стоящее на пересечении его диагоналей, всегда равно $\frac{1}{3}$ волшебной суммы. Отсюда следует алгоритм построения:

1. Вписываем в первую строку или столбец 3 любых числа.

0	2	4

2. Вычисляем магическую сумму ($0 + 2 + 4 = 6$).

3. Ищем ее третью часть ($6/3 = 2$).

4. Полученное число записываем на пересечении диагоналей.

0	2	4
	2	

5. Подбираем остальные числа и заполняем ими пустые клетки квадрата.

0	2	4
6	2	-2
0	2	4

Магический квадрат составлен!

ИТАК, В ХОДЕ ДАННОЙ РАБОТЫ МНОЙ
ПОЛУЧЕНЫ СЛЕДУЮЩИЕ ВЫВОДЫ:

- с помощью литературы и интернет ресурсов я изучил исторический аспект появления и использования магических квадратов;
- я решил задачу по составлению всех 8 возможных магических квадратов 3x3;
- я ответил на поставленный перед собой вопрос о существовании магических квадратов других порядков;
- я изучил и нашел новые свойства известного магического квадрата 4x4 А. Дюрера;
- я нашел ответ на поставленный перед собой вопрос о существовании алгоритма построения произвольного магического квадрата;
- с помощью этого алгоритма я построил свой новый магический квадрат 3x3.

Таким образом,
задачи исследования решены,
цель работы достигнута.

Гипотеза о существовании различных видов магических квадратов,
обладающих специфическими свойствами,
подтвердилась.

В работе были использованы следующие источники:

- Глейзер Г. И. История математики в школе: 4 - 6 классы. Просвещение, 1981.
- Делман И. Я., Виленкин Н. Я. За страницами учебника математики: Пособие для учащихся 5-6 классов. Просвещение, 1989
- Перельман Я. И. Живая математика
- Энциклопедия по математике.
- <https://ru.wikipedia.org/wiki/>
- <https://pandia.ru/text/78/038/75095.php>
- <https://glgabaza.ru/doc/81966-pall.html>

СПАСИБО ЗА
ВНИМАНИЕ!

